



## DO CONCEITO DO TORQUE AO SEU EFEITO: UM ENSAIO NO LABORATÓRIO

### VINICIUS MACHADO

Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT-UTFPR-PG), Docente no Departamento Acadêmico de Física no Câmpus Ponta Grossa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, membro do grupo de pesquisa GESFA (Grupo de Estudos em Física Aplicada).

E-mail: [vinmac@utfpr.edu.br](mailto:vinmac@utfpr.edu.br)

### VITOR OTÁVIO OCHOSKI MACHADO

Técnico em Mecânica, acadêmico do Curso de Engenharia Mecânica (UTFPR-PG), membro do grupo de pesquisa GESFA (Grupo de Estudos em Física Aplicada).

E-mail: [vitorvoo@hotmail.com](mailto:vitorvoo@hotmail.com)

### PEDRO LEINEKER OCHOSKI MACHADO

Técnico em Agroindústria, acadêmico do Curso de Engenharia Mecânica (UTFPR-PG), membro do grupo de pesquisa GESFA (Grupo de Estudos em Física Aplicada).

E-mail: [pedro.lom@hotmail.com](mailto:pedro.lom@hotmail.com)

## DO CONCEITO DO TORQUE AO SEU EFEITO: UM ENSAIO NO LABORATÓRIO

Vinicius Machado  
Vitor Otávio Ochoski Machado  
Pedro Leineker Ochoski Machado

### RESUMO

Este artigo apresenta relato do ensaio de uma atividade experimental desenvolvida no laboratório de Física. Desenvolveu-se um sistema contendo um disco rígido que, partindo do repouso, sofreu rotação plana, acelerada e sem atrito em torno de um eixo, devido ao impulso provocado pela ação de um torque. Por meio de instrumentos de medidas, entre eles, sensores de tempo, cronômetro digital, régua e dinamômetro obtiveram-se dados que permitiram determinar o valor do torque aplicado sobre o disco partindo da equação relacionada ao seu conceito e da equação relacionada ao seu efeito. Ao final da atividade calculou-se o percentual de erro entre os valores encontrados.

**Palavras-chave:** Física. Ensino experimental. Torque. Movimento de rotação.

## FROM THE CONCEPT OF TORQUE TO ITS EFFECT: A TEST IN LABORATORY

### ABSTRACT

This article reports an experimental activity developed in the physics laboratory. A system containing a rigid disc was developed; it was static at first but suffered accelerated and frictionless flat rotation around an axis due to the impulse caused by the action of an torque. Through measurement instruments, including sensors of time, digital stopwatch, ruler and dynamometer data were obtained and those allowed us to determine the value of the torque applied on the disk based on the equation related to its concept and the equation related to its effect. At the end of the activity the percentage of error among the obtained values was calculated.

**Keywords:** Physics. Experimental Teaching. Torque. Rotation Movement.

## 1. Introdução

Ao iniciar o trabalho de rotação com acadêmicos de engenharia, entende-se a necessidade de esclarecer-lhes algumas diferenças entre esse movimento e o de translação. Porém, não somente as diferenças existentes entre os próprios movimentos em si, mas, também entre as grandezas físicas envolvidas. Isso por se entender que algumas grandezas como a massa, por exemplo, precisam ser reinterpretadas quando do seu uso na rotação. Se na translação a massa por si só se define, na rotação o efeito da massa sobre o movimento varia conforme a sua distribuição em relação ao eixo de rotação, assim, levando em consideração essa distribuição, a massa quando na rotação dá lugar à outra grandeza física chamada de momento de inércia.

Nessa perspectiva, observa-se a força como outra grandeza física que precisa ser reinterpretada quando o movimento envolvido for de rotação. Assim como no caso da massa, o efeito da força na rotação depende não somente da sua intensidade, mas, também, de como essa força atua em relação ao eixo de rotação. Por isso, no movimento de rotação, a força é substituída por outra grandeza física: torque, momento estático, momento de uma força ou simplesmente momento ( $T$ ).

**Nesse contexto, tem-se por objetivo, nesse trabalho apresentar um instrumento construído/desenvolvido para realizar estudos experimentais sobre o movimento de rotação e apresentar o relato de um ensaio para verificar a sua eficácia para a determinação do torque.** Assim, verificada a eficácia do instrumento/atividade que se propõe, outra pesquisa pode ser desenvolvida, a partir de sua aplicação junto a acadêmicos dos cursos de Engenharia, a fim de verificar seus efeitos sobre o processo de ensino e aprendizagem sobre o tema em questão.

## 2. Torque ou momento de uma força ( $T$ )

Toda força aplicada sobre um objeto provoca a sua translação? Sabe-se que não. Há várias outras situações, que não são objetos de estudos desse trabalho, que, além da força, podem influenciar na ocorrência ou não de um movimento. De forma análoga, observa-se que nem todo torque aplicado sobre um objeto provoca a sua rotação, logo, há autores que definem torque como uma grandeza física relacionada a tendência de rotação.

Quando uma força é aplicada a um corpo, ela produzirá uma tendência de rotação do corpo em torno de um ponto que não está na linha de ação da força. Essa tendência de rotação algumas vezes é chamada de torque, mas, normalmente é denominada de momento de uma força ou simplesmente momento (HIBBELER, 2011, p.85).

O torque, sendo uma grandeza física, ao ser aplicado sobre um corpo pode ter sua intensidade ajustada com o auxílio de um torquímetro ou pode ser determinado realizando-se sua medida indireta. Para tanto, é preciso que se leve em consideração não somente a intensidade da força  $F$  aplicada, mas, também o posicionamento dessa força. Nesse sentido, observa-se:

Uma maçaneta fica mais longe possível do eixo das dobradiças por uma razão. Para abrir uma porta pesada você certamente deve aplicar uma força; apenas isso, contudo, não é o suficiente. O lugar onde você aplicar a força e a direção em que você aplica a força também são parâmetros importantes (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2008, p. 275).

Assim, observa-se que as características do posicionamento e ponto de aplicação da força atuante em relação ao eixo de rotação, permitem determinar a medida do **braço de alavanca**, ou simplesmente **braço** dessa força.

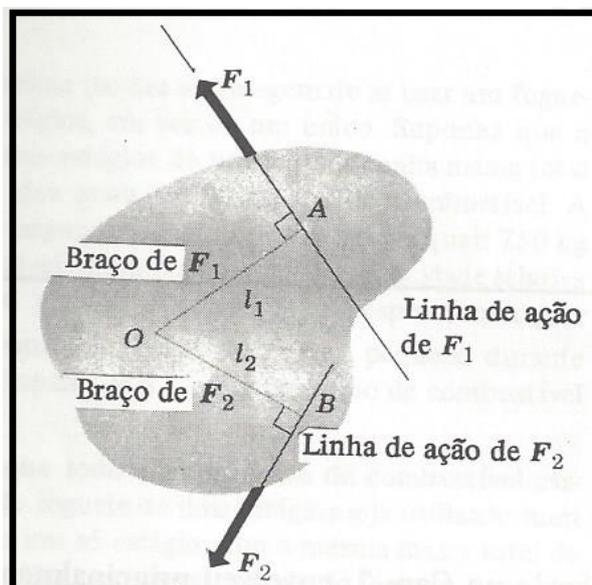


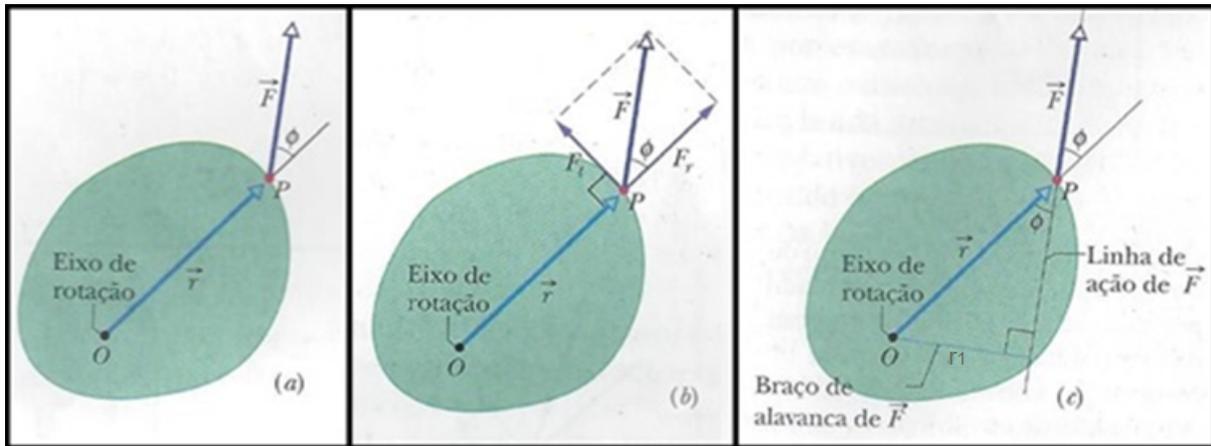
Figura 1: representação geométrica do braço de uma força.  
Fonte: Sears, Zemansky e Young (1985, p. 85).

O **braço** de uma força, como se observa na **Figura 1**, pode ser definido como sendo a distância entre a linha de atuação dessa força e o eixo de rotação (SEARS, ZEMANSKY e YOUNG, 1985, p. 186). Sendo o braço da força representado por  $r$ , a equação do momento aplicado por uma força  $F$  será assim determinada:

O momento de uma força  $F$  em relação a um ponto  $O$  ou, mais exatamente, em relação ao eixo do momento que passa por  $O$  e é perpendicular ao plano de  $O$  e  $F$  pode ser expresso na forma de um produto vetorial, normalmente,  $M_o = r.F$  (HIBBELER, 2011, p.90).

Entende-se de extrema importância frisar que o braço de uma força pode ser, mas não é necessariamente igual a medida da distância do ponto de aplicação da força ao eixo de rotação.

Só o será quando a direção da força que gera o torque for perpendicular ao eixo de rotação. Observemos a **Figura 2**:



**Figura 2: determinação do braço de uma força com direção oblíqua ao eixo de rotação.**  
 Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2011, p.275).

ela mostra uma força  $F$  aplicada sobre um objeto em direção oblíqua - inclinação  $\phi$  - em relação ao eixo  $O$  de rotação. Nesse caso, para se determinar o torque pode-se trabalhar a equação original  $T = F \cdot r$  de formas distintas: multiplicando a parcela transversal  $Ft$  da força  $F$  pelo braço  $r$ , que nesse caso coincide com a distância do ponto de aplicação da força ao eixo  $O$  de rotação, conforme mostra a **Figura 2-b** ou multiplicando o valor integral da força  $F$  pelo braço  $r_1$  da força, determinado pela distância entre a linha de ação da força ao eixo de rotação, indicação da **Figura 2-c**.

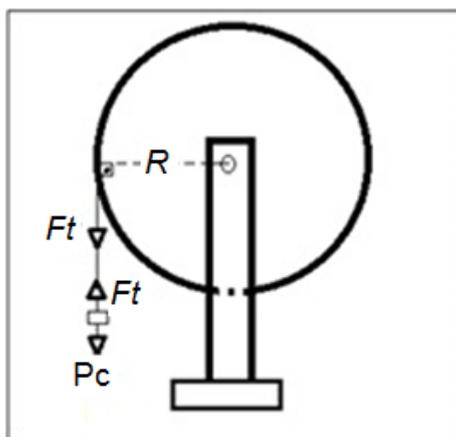
Desse modo, para uma força  $F$  de inclinação  $\phi$ , sua parcela transversal  $Ft$  seria dada por  $Ft = F \cdot \sin \theta$ , e a equação do torque seria  $T = F \cdot \sin \phi \cdot r$ , caso da **Figura 2-b**. E, para um braço  $r_1$  de uma força, calculado por  $r_1 = r \cdot \sin \phi$ , a equação do torque seria determinada por  $T = F \cdot r \cdot \sin \phi$ , caso da **Figura 2-c**. Ou seja, trabalhando com a projeção transversal da força ou com a projeção transversal do braço dessa força, os resultados obtidos serão exatamente os mesmos. Observe-se que as equações do torque até então determinadas partiram do conceito inicial de que o torque é definido apenas – palavra usada no seu sentido quantitativo e não no sentido qualitativo – como uma tendência de rotação. Mas, e se o torque efetivamente causar rotação?

Na busca do conceito de força encontra-se basicamente sua definição como sendo uma grandeza física vetorial **capaz** de provocar deformações em um objeto e/ou alterar o seu estado de movimento. Frise-se: **capaz!** Ou seja, conforme dito anteriormente, a aplicação de uma força por si só não garante a realização do movimento, então, assim como o conceito de torque como grandeza associada à tendência ao movimento de rotação, a força, de forma análoga, pode ser definida como uma tendência ao movimento de rotação. E, se essa força efetivamente provocar alterações no movimento do objeto, provocará no mesmo uma aceleração. Assim, o célebre físico

Isaac Newton definiu em sua Segunda Lei  $\Sigma F = m \cdot a$  como equação da força. De forma análoga à equação determinada por Isaac Newton, conforme citam Sears, Zemansky e Young (1985, p.214), pode-se indicar a equação do torque enquanto agente causador de alterações no movimento de rotação por  $\Sigma F = I \cdot \alpha$ , em que  $I$  corresponde ao momento de inércia do objeto em relação ao eixo de rotação e  $\alpha$  é a aceleração angular produzida pela ação do torque. Deduções dessa equação, partindo do teorema trabalho-energia podem ser encontradas em Sears, Zemansky e Young (1985), Hibbeler (2011), Halliday, Resnick e Walker (2008), Beer *et al* (2012) e outros.

### 3. Equação do torque obtido a partir da força aplicada

Observando o esquema de forças do dispositivo, reproduzido na **Figura 3**, percebe-se que a ação sobre o sistema dá-se pelo peso do corpo acelerador ( $P_c$ ) preso à peça de MDF. Mas, é esse peso que provoca o torque sobre o disco? Não! É necessário observar que o peso do corpo acelerador atua sobre o sistema - corpo acelerador e disco – provocando nele mesmo um movimento de translação e no disco um movimento de rotação. Assim, apenas uma parte do peso acelerador atua sobre o disco com uma força de tração ( $F_t$ ) e é apenas essa parcela de força que provoca o torque. Sendo  $F_t$  uma força tangencial à linha do disco, percebe-se que o seu braço corresponde ao raio  $R$  do disco, logo, o torque de  $F_t$  pode ser determinado por  $T = F_t \cdot R$ .



**Figura 3: Esquema de forças atuantes no sistema.**  
Fonte: Autoria própria.

Para determinar o valor da tração  $F_t$  é preciso observar que peso do corpo  $P_c$  atua sobre o sistema: corpo acelerador + disco. Sobre o próprio corpo, uma parcela de seu peso exerce uma força  $F_r$  que provoca translação. Sobre o disco outra parcela do peso provoca a ação de uma força  $F_t$  que provoca rotação. Logo,  $P_c = F_r + F_t \leftrightarrow F_t = P_c - F_r$ . Como  $P_c = m \cdot g$  e  $F_r = m \cdot a$ ,

tem-se  $Ft = m \cdot g - m \cdot a$ , ou seja,  $Ft = m \cdot (g - a)$ . Dessa forma, o torque atuante no sistema terá braço  $R$  e será calculado por  $T = m(g - a) \cdot R$ , mas, como a medida realizada foi a do diâmetro do disco e não do seu raio, a equação do torque será  $T = m \cdot D_e \cdot (g - a)/2$ . Para determinar a aceleração linear  $a$  da peça aceleradora desenvolvida no seu movimento de translação, observa-se que o movimento desenvolvido é uniformemente variado com velocidade inicial nula do corpo acelerador. Assim, partindo da equação do deslocamento aplicada ao movimento  $\Delta y = v_0 \cdot \Delta t \pm a \cdot \Delta t^2 / 2$ , permite-se determinar a aceleração do corpo acelerador pela equação  $a = 2 \cdot \Delta y / \Delta t^2$ , assim, finaliza-se a equação do torque como :

$$T = m \cdot D_e \left( g - 2 \frac{\Delta y}{\Delta t^2} \right) / 2 \quad (1)$$

Em que:

$m$  = massa do corpo acelerador;

$D_e$  = diâmetro do disco;

$g$  = aceleração da gravidade local;

$\Delta y$  = distância entre os sensores ou deslocamento linear do disco;

$\Delta t$  = tempo de movimento do sistema no deslocamento  $\Delta y$ .

#### 4. Equação do torque determinado a partir do seu efeito

Para determinar o torque a partir da equação  $T = I \cdot \alpha$  faz-se necessário determinar a equação do momento de inércia do disco cilíndrico oco do sistema e a equação da aceleração angular imprimida pelo torque ao disco. O momento de inércia de um disco cilíndrico oco é determinado pela equação  $I = M \cdot (R_e^2 + R_f^2) / 2$  (SEARS, ZEMANSKY e YOUNG, 1985, p.24), sendo  $M$  a massa do disco,  $R_e$  e  $R_f$  respectivamente os raios externo e do furo do disco de MDF. Escrita não em função dos raios, mas em função dos diâmetros, o momento de inércia do disco pode ser obtido por  $I = M \cdot (D_e^2 + D_f^2) / 8$ .

Para determinar a aceleração angular do disco, observa-se que o movimento rotacional causado pelo torque iniciou-se com velocidade angular nula. Sendo a rotação do disco movimento uniformemente variado, a equação do deslocamento angular que descreve esse movimento é dada por  $\Delta \theta = \omega_0 \cdot \Delta t \pm \alpha \cdot \Delta t^2 / 2$ .

Como a velocidade angular é nula no início do movimento, tem-se  $\alpha = 2\Delta\theta / \Delta t^2$ . Substituindo na equação do torque  $T = I \cdot \alpha$  as equações do momento de inércia e da aceleração angular, obtém-se:  $T = 2M \cdot \Delta\theta (D_e^2 + D_f^2) / 4 \cdot \Delta t^2$ . Contudo verificando-se a relação entre o espaço linear percorrido no movimento de translação do corpo acelerador e o espaço angular

correspondente ao movimento simultâneo do disco:  $\Delta\theta/\Delta y = 2\pi/2\pi R$  e, sendo  $R = De/2$ , tem-se  $\Delta\theta = 2\Delta y/De$ . Assim, a equação final do torque é dada por:

$$T = M \cdot \Delta y (De^2 + Df^2) / 2De \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

Em que:

$M$  = massa do disco cilíndrico oco;

$\Delta y$  = distância entre os sensores ou deslocamento linear do disco;

$De$  e  $Df$  = respectivamente, diâmetros do disco e do furo;

$\Delta t$  = tempo de movimento do sistema no deslocamento  $\Delta y$ .

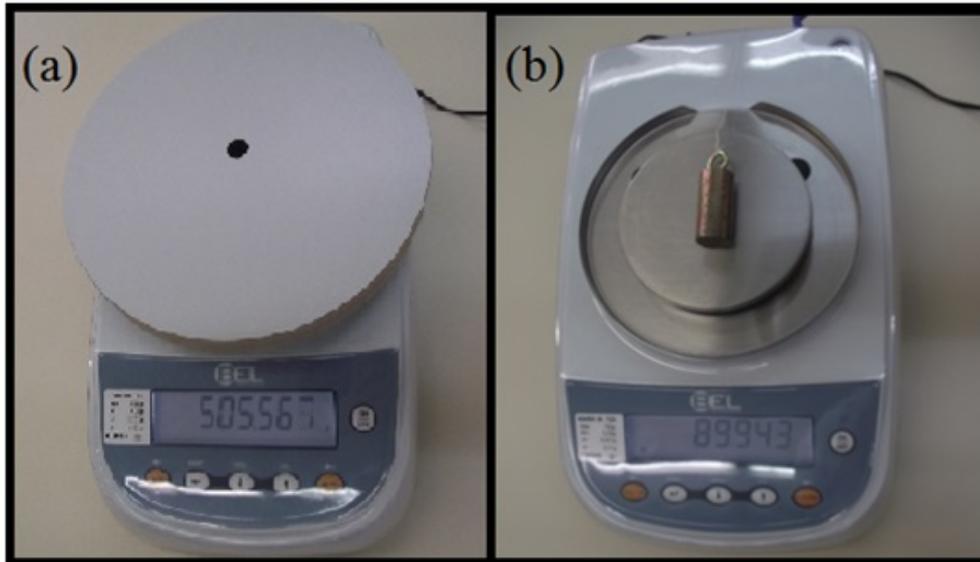
## 5. O dispositivo, medidas e resultados

O dispositivo proposto para o desenvolvimento de estudos experimentais sobre movimento de rotação, conforme mostra a **Figura 3**, é constituído basicamente por um disco cilíndrico oco que, partindo do repouso, é impulsionado por um corpo acelerador preso a ele por meio de um fio inextensível e de massa desprezível, girando em torno de um eixo fixo, perpendicular ao seu plano e situado no seu centro de massa. Para a realização da atividade foi necessário o uso de outros equipamentos já disponíveis no laboratório como hastes, tripés, garras ou mangas, balança eletrônica, régua metálica, sensores de tempo e cronômetro digital.



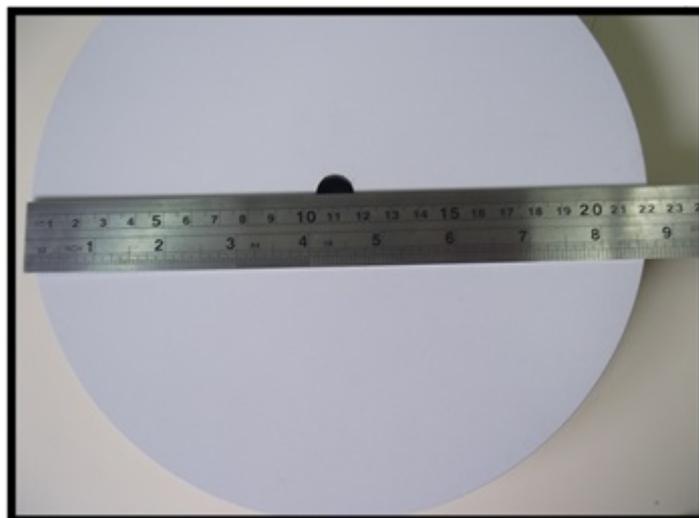
Figura 4: a montagem do sistema. Fonte: autoria própria.

Para construir o disco cilíndrico oco, usinou-se na oficina mecânica do *câmpus* uma placa de MDF (*Medium Density Fiberboard*). Na superfície da linha externa desse disco, fez-se um sulco de aproximadamente 1 mm de profundidade no qual fixou-se a extremidade de um fio fino de algodão, passando o disco a funcionar como um cordel. A massa do fio será desprezada no decorrer da atividade. Na extremidade desse fio prendeu-se um corpo metálico, o corpo acelerador. Em uma balança eletrônica mediu-se a massa do disco, 505,567 gramas, **Figura 5-a** e da peça aceleradora, 89,943 gramas, **Figura 5-b**.



**Figura 5:** massas do disco e do corpo acelerador.  
Fonte: autoria própria.

Mediu-se com uma régua metálica os diâmetros do disco ( $D_e$ ) e do furo do disco ( $D_f$ ), encontrando os valores 221,0 mm e 12,9 mm respectivamente, conforme mostra a **Figura 6**.



**Figura 6:** diâmetro externo e diâmetro interno do disco.  
Fonte: autoria própria.

O sistema foi montado apoiado em hastes cilíndricas, preso por meio de mangas metálicas e sustentado por tripés. O posicionamento horizontal do eixo do sistema permitindo uma rotação plana da peça de MDF foi verificado com um nível.

Para determinar o tempo de rotação do disco cilíndrico dois sensores acoplados a um cronômetro foram posicionados a 204 mm de distância um do outro e alinhados verticalmente com a direção pela qual o corpo acelerador se deslocou. Tomou-se o tempo em cinco amostras, obtendo-se os seguintes valores:  $t_1=0,386$  s;  $t_2=0,396$  s;  $t_3=0,401$  s;  $t_4=0,399$  s e  $t_5=0,396$  s. Trabalhou-se com o valor mais provável das cinco medidas, ou seja, a média dos tempos obtendo-se o valor 0,3956 segundos. Usou-se o valor da aceleração da gravidade local de  $9,78718$  m/s<sup>2</sup>, determinado pelo método da geodésica em outra atividade anteriormente realizada.

Os critérios adotados para o tratamento dos dados foram o de converter todas as medidas encontradas para o SI (Sistema Internacional de Medidas) e fazer o arredondamento nos cálculos observando sua precisão limitada pelo instrumento/medida que apresentar a menor precisão. Dessa forma, as medidas apresentaram os seguintes valores:

- massa do disco (M) = 0,505567 kg ( $\pm 0,0002$  g);
- massa da peça aceleradora (m) = 0,089943 kg ( $\pm 0,0002$  g);
- diâmetro do disco (De) = 0,221 m ( $\pm 0,05$ mm);
- diâmetro do furo do disco (Df) = 0,0129m ( $\pm 0,5$ mm);
- tempo médio de movimento da peça aceleradora ( $\Delta t$ ) = 0,3956 s ( $\pm 0,0075$ s);
- distância entre os sensores ( $\Delta y$ ) = 0,204 m ( $\pm 0,5$ mm);
- aceleração da gravidade local (g) =  $9,78718$  m/s<sup>2</sup>.

Esses valores, quando aplicados à equação **(1)** – determinada a partir do conceito de torque – resultaram no valor do torque de aproximadamente 0,0731 N.m. E, aplicados à equação **(2)** – determinada a partir do efeito do torque – resultaram no valor do torque de aproximadamente 0,0714 N.m. Ao calcular o percentual de erro pelo método comparativo, considerando o resultado obtido pela equação (1) como referência, encontrou-se o resultado de aproximadamente 2,33% de erro.

## 6. Considerações finais

Considerando-se a proximidade entre os valores encontrados na determinação do torque pelas duas equações utilizadas, o baixo custo para reproduzir o dispositivo proposto e as diversas

aplicações de conhecimentos físicos que a atividade proporciona, entende-se como viável o seu uso nas aulas experimentais de Física 1 junto a acadêmicos dos cursos de Engenharia.

Observa-se como justificativa para a diferença encontrada, ainda que pequena, a imprecisão de alguns dos instrumentos de medida utilizados, mas, também vê-se a necessidade de alguns ajustes no procedimento. Entre esses ajustes entende-se pela necessidade de utilizar um dispositivo eletromagnético a fim de melhor ajustar a posição do corpo acelerador no início do seu movimento, quando prestes a passar pelo sensor 1. Na atividade descrita o ajuste foi manual, por isso justifica-se a variação nos valores do tempo apresentada nas amostras. Um ajuste eletromagnético, utilizando um eletroímã, provavelmente permitirá a obtenção de um resultado final ainda mais apurado com menores variações do tempo e, conseqüentemente, um posicionamento da peça aceleradora mais próxima à situação de eminência do movimento.

No ensaio acima descrito, com o intuito de diminuir as ações do atrito entre o disco e o eixo fixo, trabalhou-se com um eixo metálico cromado liso e lubrificada com óleo. Sugere-se que, para buscar um resultado ainda melhor, monte-se a peça cilíndrica com um rolamento em seu centro a fim de evitar a ação de forças não necessárias à atividade e indesejáveis no sistema.

Vislumbra-se ainda, com o uso do mesmo dispositivo, a possibilidade de sua aplicação em outras atividades experimentais para, por exemplo, determinar o momento de inércia de uma peça, realizar estudos sobre torque e impulso angular, variação do momento angular e cinemática da rotação, entre outros.

## 7. REFERÊNCIAS

BEER, F.P. *et al* ; **Mecânica Vetorial para Engenheiros: estática**. 9. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2012.

HIBBELER, R.C.; **Estática: mecânica para engenharia**. 12.ed. São Paulo: Pearson Prentice, 2011.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **Fundamentos de Física**. Rio de Janeiro: LTC, 1979.

SEARS, F.; ZEMANSKY, M.W.; YOUNG, H.D. **Mecânica da partícula e dos corpos rígidos**, 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1985.